DOI：10.16285/j.rsm.2023.1488

反压诱导有效应力增生模式与土体强度关联机制研究

李永强[1, 2]，许 言[1]，陈 波[1]，熊健辉[1]，卢玢宇[1, 3, 4]

（1. 东华理工大学 土木与建筑工程学院，江西 南昌 330013；2. 南昌市应急管理局，江西 南昌 330038；
3. 东华理工大学 水资源与环境工程学院，江西 南昌 330013；4. 东华理工大学 江西省地质环境与地下空间工程研究中心，江西 南昌 330013）

摘 要：反压施加是提高土体饱和度的常用有效方法，但易引起土体强度参数表观偏离。采用标准球形玻璃珠砂，开展基准固结不排水（consolidated undrain，CU），固结排水（consolidated drained，CD）及干样试验，对偏应力与孔压（或体积应变）数据进行实时精准测记与对比分析，借助 p'-q 应力路径图，显著呈现并定量分析了反压施加对土体力学特性的影响规律，初步厘清了反压施加对土体强度的影响机制。反压设置对 CU 试验结果影响显著，孔压发展形态控制着偏应力发展的形态，最终影响强度参数的确定，但应力路径始终约束在修正类剑桥模型的框架范围内。孔压发展模式和速率主要受限于反压设置大小及试样相对密实度，反压越大，孔压潜在变化幅度越大，进而导致偏应力变化区间增大；相对密实度越大，孔压发展速率越大，偏应力增速渐大。初始状态相同时，CU 试验孔压发展与 CD 试验体积应变发展趋势高度一致，展示了试样体积应变势在不同边界条件下的共同本质。初步给出了临界状态时 CU 残余强度定量预测公式，根据相对密实度及反压值可初步定量评定残余孔压值，进而可确定 CU 残余强度。

关 键 词：反压；偏应力；固结不排水（consolidated undrain，CU）强度；有效应力路径；球形玻璃砂
中图分类号：TU 411 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－7598 (2024) 08－2338－13

Correlation mechanism between effective stress variation mode induced by back pressure and soil strength

LI Yong-qiang[1, 2], XU Yan[1], CHEN Bo[1], XIONG Jian-hui[1], LU Bin-yu[1, 3, 4]

(1. School of Civil and Architecture Engineering, East China University of Technology, Nanchang, Jiangxi 330013, China;
2. Nanchang Emergency Management Bureau, Nanchang, Jiangxi 330038, China; 3. School of Water Resources and Environmental Engineering, East China University of Technology, Nanchang, Jiangxi 330013, China; 4. Engineering Research Center for Geological Environment and Underground Space of Jiangxi Province, East China University of Technology, Nanchang, Jiangxi 330013, China)

Abstract: The back pressure saturation method, a widely adopted and efficient technique for enhancing soil saturation, can nonetheless introduce notable deviations in soil strength parameters. Standard spherical glass bead sand was utilized for conducting benchmark consolidated undrained (CU), consolidated drained (CD), and dry sample tests. Real-time accurate measurements and comparative analyses of deviatoric stress and pore pressure (or volumetric deformation) data were performed. Utilizing the p'-q stress path diagram, the influence of back pressure application on soil mechanical properties was significantly demonstrated and quantitatively analyzed, thereby preliminarily elucidating the mechanism of back pressure influence. The setting of back pressure significantly impacts the results of CU tests, where the shape of pore pressure development governs the shape of deviatoric stress development, ultimately influencing the determination of strength parameters. However, the stress path remains constrained within the framework of the revised Cam-Clay model. The mode and rate of pore pressure development are primarily constrained by the magnitude of the back pressure setting and the relative density of the sample. As back pressure increases, the potential change in pore pressure also increases, resulting in a greater amplitude of deviatoric stress change. Similarly, a higher relative density leads to a faster development rate of pore pressure and an increased rate of deviatoric stress. Under identical initial conditions, the development of pore pressure in CU tests exhibits high consistency with the development of volume deformation in CD tests, revealing the

收稿日期：2023-10-01 录用日期：2024-01-19
基金项目：江西省自然科学基金（No. 20202BABL204064）；国家自然科学基金（No. 52068002）；江西省“双千计划”（No. DHSQT32022006, JXSQ2020101041）；江西省地质环境与地下空间工程研究中心开放基金（No. JXDHJJ2022-008）。
This work was supported by the Natural Science Foundation of Jiangxi Province (20202BABL204064), the National Natural Science Foundation of China (52068002), the Jiangxi “Double Thousand Plan” Project (DHSQT32022006, JXSQ2020101041) and the Open Fund from Engineering Research Center for Geological Environment and Underground Space of Jiangxi Province (JXDHJJ2022-008).
第一作者简介：李永强，男，1983 年生，博士，副研究员，主要从事岩土弹塑性本构模型建模方面的研究。E-mail: lyqiem@163.com
通讯作者：卢玢宇，女，1983 年生，博士，副教授，主要从事环境岩土工程与特殊土应用方面的研究。E-mail: lubinyu2004@163.com

common essence of the sample's volumetric deformation potential across different boundary conditions. A quantitative prediction formula for the residual strength of CU tests at the critical state is presented. The residual pore pressure value can be initially quantified based on the relative density and back pressure measurements, subsequently leading to the determination of the residual strength of CU.

Keywords: back pressure; deviatoric stress; consolidated undrain (CU) strength; effective stress path; spherical glass sand

1　引　言

饱和度对土体静动力学特性影响显著[1]，饱和度不足会导致试验结果离散，处理不当将给模型构建及工程实践带来较大影响[2]。反压饱和法是《土工试验方法标准》（GB/T 50123－2019）[3]（后简称国标）推荐进行土体饱和的主要方法之一，常与水头饱和或 CO_2 饱和法联合共用以提升试样饱和度[4-5]，且在其他方法失效情况下，反压饱和往往因能高效快速使土体达到预设饱和度，在各类难饱和土的饱和试样制备中被广泛采用[6-7]。

基于 Terzaghi 有效应力原理[8]，目前研究者普遍认为当有效应力相同时，土工试验中反压设置大小对土体力学特性影响较小，因此国标从 1999 版更新为 2019 版时，对反压值的设定和施加并未有明确规定[3]，且国内外对反压的设置和施加总体上较为随意，甚至在同一组试验中会根据饱和度的需求设置多个反压[5-6, 9]。实践中常根据孔隙水压力系数 B 值达到某一定量值来确定施加的反压值[10-11]，不同的研究者对 B 值的选取及最终取用的反压值均有所不同[12-13]。反压选取标准不统一，经常导致对同一土体力学强度的测试结果不一致，为工程实践与科学研究带来了不必要的干扰，这也在国内外历次土工三轴平行试验结果对比中表现明显。

针对反压施加影响问题，Brand[14]、Allam 等[15]通过三轴试验表明，反压施加不同，黏土试样的应力–应变特性差别较大，反压对孔压及抗剪强度的发展均有显著影响。Hyodo 等[16]发现海洋能源土的抗剪强度随反压的增加呈增长的趋势。后续，Xia 等[17]在开展砂土液化试验时指出，在其他控制条件相同的条件下，反压设置对砂土的抗液化强度影响显著，但并未在液化研究领域引起足够的重视，为砂土液化内在本质特性研究带来了较大不确定性。黄博等[18]曾对福建标准砂开展固结不排水（consolidated undrain，CU）和固结排水（consolidated drained，CD）三轴试验，探讨了反压设置对砂土应力–应变关系及孔压发展的影响规律，结果表明反压设置对 CU 试验的结果影响显著。蒋明镜等[19]通过离散元法分析了试验反压对深海能源土宏观力学特性的影响规律，探索了困扰国际岩土界的难题，指出反压变化对能源土强度参数的影响不能忽略。许成顺等[20]利用竖向–扭转双向耦合剪切仪及全自动真三轴仪，对福建标准砂及细砂进行了不同反压下 CD 与 CU 试验，指出反压对剪胀性砂土的 CU 试验结果影响显著，并对影响的原因进行了初步探讨，指明了剪胀与剪缩时气液混合体的模量差异对土体强度等的影响机制，一定程度上解释了反压影响原理，但数据并不是很系统完善，对规律难以进行定量评测，另外，本文的研究中随着孔压的变化，土体的体积回弹模量基本未有变化，与文献[20-21]的结论不一致，且因文献[21]对重要影响因子即试样剪切前的相对密实度及饱和度的描述并不很清晰，难以参照，相关工作需要进一步深入探讨。

上述研究明确指出了反压施加对各类土体均有显著影响，对认知影响规律给出了初步指引。但有限的研究中，对孔压发展与强度之间的定量表征，对孔压发展模式和速率等与强度密切关联的影响因素并未开展深入的探讨，且因所选试验对象的复杂性，对反压影响本质的探索带来诸多不便。

基于此，本文选取粒径分布简单规整的 1 mm 球形玻璃珠砂（其力链体系简单清晰并能放大反压作用效应，也便于与后续颗粒流数值试验进行互相印证，进一步优化相关模型），开展了系列精细的 CU、CD 及干样试验[22]，精确地测记整个试验过程中各个关键参数实时数据，开展系统的对比分析，以从本质上把握反压对土体力学特性影响的基本规律，给出定量评价模式。最新研究成果指出不同饱和度砂性土和黏性土等各类土体的静动力学特性能在统一的模型框架内进行系统的描述[23-25]，本次研究揭示的物理本质可推广到各类土体。本研究拟就上述土工试验领域这一关键基础共性问题开展初步探索。

2　试验材料与方法

2.1　试验材料与基本参数

2.1.1　试验材料

在统一本构模型框架内，不再区分黏性土与砂性土等的差异，针对反压影响的本质，且为与后续细观离散元数值试验等相互验证，更深层次的探究反压影响的内在机制，本研究力求简化颗粒体系，所用土样为透明球形玻璃珠砂，相关材料参数见表 1。球形颗粒砂的几何、物理及材料参数简单统一，有

利于理论模型探索与建立。

表 1 材料基本参数

Table 1 Basic material parameters

材料名称	粒径 / mm	最大干密度 $\rho_{d\max}$ / (g·cm^{-3})	最小干密度 $\rho_{d\min}$ / (g·cm^{-3})	颗粒相对密度
玻璃珠	1.00	1.606	1.479	2.508

2.1.2 试验设备

为全程高精度记录各项过程参数，采用全自动模块化三轴试验系统[22]，该系统可实现各类应力路径控制、测试与自动分析，也可自定义各控制参数，实现非标试验过程，主控部件的基本性能参数参见表 2，可见试验系统各部分测控精度高，为模型构建提供了基础保障。为确保测试质量，系统自装样后即开始自动记录全部过程参数。

表 2 应力路径三轴试验系统主控部件性能参数

Table 2 Parameters of main control components of the stress path triaxial test system

控制模块	性能参数
体积压力控制器	体积分辨率=0.5 mm^3
	压力分辨率≤1 kPa
	体积控制精度=1 mm^3
	压力控制精度=1 kPa
加载架	位移分辨率≤0.000 01 mm
	水下力传感器分辨率≤1 N
	位移控制精度=0.000 01 mm
	轴向应力控制精度=1 kPa
	加载速率：0.000 01～18.75 mm/min 无级变速
	轴向最大位移行程=50 mm

2.1.3 单元试验试样制备

球形颗粒在制样、饱和及固结等各个先期环节保持一致的组构及状态对后期的试验分析与建模影响显著，为此专门研制了高重复性制样装置[26]，其所制备的试样初始状态重复性好[22]，为精确测控分析奠定了良好基础。

试验所制备圆柱试样尺寸为ϕ39.1 mm×80 mm（直径×高度），为避免过多扰动，试样直接在三轴室底座上制备，制样前需疏通管道并消除全部气泡。试验的制样、饱和、固结及剪切过程严格按照现行《土工试验方法标准》[3]进行。

玻璃珠砂 CU 试验中剪切速率为 0.1%/min，CD 试验剪切速率均为 0.01%/min，干试样剪切速率均为 1%/min。为得到破坏全程各类参数，试样正常均剪切至轴向应变 20%以上，部分试样因剪胀产生的负压过大而达设备极限终止（注：因负压汽化现象的存在[27-28]，此次试验中测试系统负压均未达到负的一个大气压），个别试样因剪胀后有效应力过大导致乳胶膜破裂致使试验终止，具体终止阶段在相应数据图中展现明显。

2.2 试验方案

为获取高精度、可复现的测试数据，并为反压影响模型构建及后续弹塑性本构模型改进提供可靠数据支撑，进行了系统的测试与数据关联分析，代表性试验工况见表 3，表中给出了测控关键参数。

已有研究表明，在 CD 试验或剪缩性土体剪切试验中，反压设置对试验结果的影响较小[18, 20]，本项研究中开展的 CD 试验及干样试验是为建模提供对比参照，对此工况未再进行系统的反压影响测试。

2.3 试样初始状态参数

选取单一粒径球形砂开展相关研究，避免了复杂的级配及黏聚力等因素对反压施加本质影响的交叉干扰。对规整球形玻璃珠散粒体材料体系力学特性影响的关键因素主要包括试样单元的有效应力、反压大小、相对密实度和饱和度等。为探究各因素影响的程度、机制，为理论建模提供相应参考，表 3 同时给出了上述关键参数。

研究中为重点探讨反压施加对试验结果的影响，需克服相对密实度的干扰。对于单一粒径的球形颗粒，制样、饱和、固结等过程都会对试样体积产生扰动，其体积控制十分困难。为此，开展了同一反压条件下的 3 次试验，探讨相对密实度对偏应力及孔压或体积应变的影响规律，并探究给出某一目标相对密实度时的试验预测结果。表 3 也给出了装样后测试分析得到的试样初始相对密实度 D_{r0} 及固结完成后加载前试样相对密实度 D_{r1} 及试样的孔压系数 B 值。

2.4 试验控制关键环节

为确保获取理想测试数据，需连续精确开展试样体积应变测控，重点把握好下述试验细节：

2.4.1 体积应变测控

体积应变的自动化精确测控是达成本项研究目标的关键。在控制需求干密度装样完成后，按照国标精确测记试样高度和直径（进行了乳胶膜厚度校准），控制实测密实度和设计密实度误差不超过 5%。以实测值为基准，以双路高精度体积压力控制器对测试全程的试样体积应变进行全程记录，用于后续的对比分析验证。经分析，试验全程试样体积应变测试精度高，重复性好，所采用的方法满足文中测试分析需要。

表 3　试验工况及控制参数

Table 3　Test conditions and control parameters

试验编号	试验材料	试验类型	围压 / kPa	反压 / kPa	初始均等应力 / kPa	D_{r0}	D_{r1}	孔压系数 B 值
CU-50-215-1	1 mm 玻璃珠	CU	265	215	50	0.390	0.514	0.967
CU-50-215-2	1 mm 玻璃珠	CU	265	215	50	0.442	0.574	0.965
CU-50-215-3	1 mm 玻璃珠	CU	265	215	50	0.523	0.652	0.975
CU-50-315-1	1 mm 玻璃珠	CU	365	315	50	0.343	0.465	0.976
CU-50-315-2	1 mm 玻璃珠	CU	365	315	50	0.448	0.578	0.970
CU-50-415-1	1 mm 玻璃珠	CU	465	415	50	0.126	0.250	0.978
CU-50-415-2	1 mm 玻璃珠	CU	465	415	50	0.468	0.607	0.978
CU-100-215-1	1 mm 玻璃珠	CU	315	215	100	0.447	0.696	0.968
CU-100-215-2	1 mm 玻璃珠	CU	315	215	100	0.595	0.806	0.965
CU-100-315-1	1 mm 玻璃珠	CU	415	315	100	0.417	0.621	0.970
CU-100-315-2	1 mm 玻璃珠	CU	415	315	100	0.651	0.845	0.980
CU-100-415-1	1 mm 玻璃珠	CU	515	415	100	0.596	0.791	0.985
CU-100-415-2	1 mm 玻璃珠	CU	515	415	100	0.601	0.812	0.982
CU-200-215-1	1 mm 玻璃珠	CU	415	215	200	0.492	0.769	0.980
CU-200-215-2	1 mm 玻璃珠	CU	415	215	200	0.562	0.821	0.985
CU-200-315-1	1 mm 玻璃珠	CU	515	315	200	0.462	0.758	0.987
CU-200-315-2	1 mm 玻璃珠	CU	515	315	200	0.559	0.817	0.985
CU-200-415-1	1 mm 玻璃珠	CU	615	415	200	0.480	0.740	0.985
CU-200-415-2	1 mm 玻璃珠	CU	615	415	200	0.606	0.874	0.980
CU-300-215-1	1 mm 玻璃珠	CU	515	215	300	0.378	0.725	0.985
CU-300-215-2	1 mm 玻璃珠	CU	515	215	300	0.800	0.992	0.985
CU-300-315-1	1 mm 玻璃珠	CU	615	315	300	0.525	0.813	0.987
CU-300-315-2	1 mm 玻璃珠	CU	615	315	300	0.519	0.832	0.985
CU-300-415-1	1 mm 玻璃珠	CU	715	415	300	0.544	0.848	0.980
CD-50-1	1 mm 玻璃珠	CD	265	215	50	0.456	0.576	0.955
CD-50-2	1 mm 玻璃珠	CD	265	215	50	0.454	0.587	0.987
CD-50-3	1 mm 玻璃珠	CD	265	215	50	0.490	0.610	0.960
CD-100-1	1 mm 玻璃珠	CD	315	215	100	0.442	0.667	0.983
CD-100-2	1 mm 玻璃珠	CD	315	215	100	0.533	0.717	0.965
CD-100-3	1 mm 玻璃珠	CD	315	215	100	0.609	0.823	0.985
CD-200-1	1 mm 玻璃珠	CD	415	215	200	0.381	0.661	0.985
CD-200-2	1 mm 玻璃珠	CD	415	215	200	0.482	0.751	0.991
CD-200-3	1 mm 玻璃珠	CD	415	215	200	0.542	0.811	0.965
CD-300-1	1 mm 玻璃珠	CD	515	215	300	0.283	0.604	0.963
CD-300-2	1 mm 玻璃珠	CD	515	215	300	0.417	0.688	0.960
CD-300-3	1 mm 玻璃珠	CD	515	215	300	0.470	0.795	0.989
DT-50-1	1 mm 玻璃珠	DT	50	0	50	0.532	—	—
DT-50-2	1 mm 玻璃珠	DT	50	0	50	0.579	—	—
DT-50-3	1 mm 玻璃珠	DT	50	0	50	0.634	—	—
DT-100-1	1 mm 玻璃珠	DT	100	0	100	0.579	—	—
DT-100-2	1 mm 玻璃珠	DT	100	0	100	0.587	—	—
DT-100-3	1 mm 玻璃珠	DT	100	0	100	0.649	—	—
DT-200-1	1 mm 玻璃珠	DT	200	0	200	0.469	—	—
DT-200-2	1 mm 玻璃珠	DT	200	0	200	0.664	—	—
DT-200-3	1 mm 玻璃珠	DT	200	0	200	0.687	—	—
DT-300-1	1 mm 玻璃珠	DT	300	0	300	0.532	—	—
DT-300-2	1 mm 玻璃珠	DT	300	0	300	0.618	—	—
DT-300-3	1 mm 玻璃珠	DT	300	0	300	0.649	—	—

注：DT 表示干样三轴剪切试验。

2.4.2 应力−应变曲线初始段测控

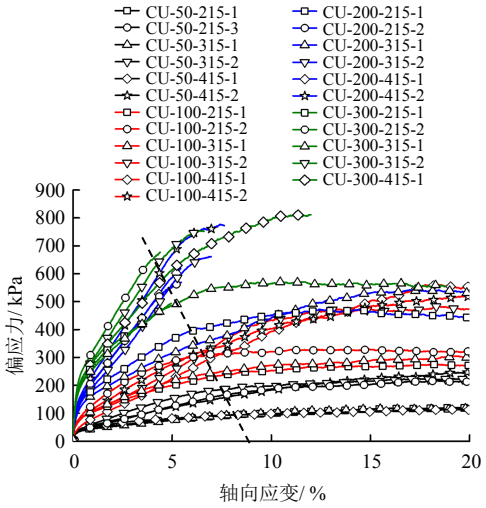
因试验中需根据轴向应变实时校核轴向应力和体积应变等数值，为消除传统常规三轴试验中测试初始段常出现的反弯现象影响[29]，避免对数据分析带来干扰，在高标准制样的基础上，尤其是在确保试样顶端高水平度外[18]，基于系统的高精度自动测控功能，在反复校核对试验不产生影响的前提下，对试样顶部预施加 2.0 kPa 的轴向应力，保持加载轴与试样帽实时接触，在此过程中精确测记试样的高度和排水，并配合双路高精度体积压力控制器对整个试验全程的体积应变进行准确的分析和实时测记。

3 反压对土体力学特性影响规律

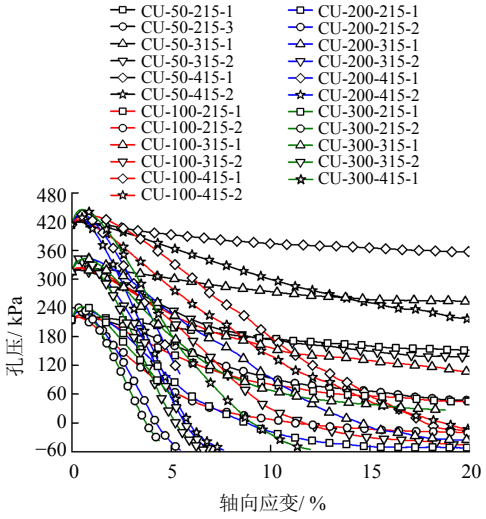
3.1 CU 试验结果总体离散型

图 1(a)给出了初始均等有效固结应力 $p_0' = p - u = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3 - u$ 分别为 50、100、200、300 kPa 时玻璃珠试样 CU 试验中的偏应力 $q = \sigma_1 - \sigma_3$ 随着轴向应变发展的测试结果。由图 1(a)可知，随着 p_0' 的增加，q 值总体上增大。但当 p_0' 恒定时，q 分布差异较大，数据分布初看规律性不明显。图 1(b)给出了孔压测试数据分布情况，孔压因反压及初始状态的不同有着显著差异，反压对试验结果影响显著。

图 1(a)的结果离散显著表明，如不能厘清其离散机制及影响因素，对于砂性土最基本的强度确定将会带来显著误差，进而会致使后续建模分析显著失真。分析整个试验过程并参见表 3 可知，造成此现象的原因主要有两个，其一是反压施加的大小，其二是试样的初始相对密实度，其中，后者是可控的，而前者因目前规范未统一规定，其定量评定存在空白，需深入探讨其影响机制。下述针对每个有效初始围压 p_0' 下不同反压施加对试验结果的影响进行深入地剖析，给出初步的定量评估公式。



(a) 偏应力曲线分布规律



(b) 孔隙水压力曲线分布规律

图 1 玻璃珠 CU 试验数据总体分布

Fig.1 Distribution of experimental data in CU triaxial tests for glass bead samples

3.2 反压施加影响

3.2.1 反压施加对偏应力和孔压发展的影响

图 2 给出了有效均等围压为 50 kPa，反压分别为 215、315、415 kPa 时偏应力、孔压及孔压增量随轴向应变增长的变化过程。

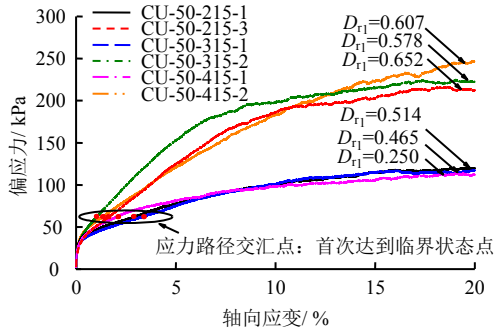
50 kPa 初始有效应力 CU 试验中，常规试验分析中常用于确定土体强度参数的偏应力结果（参见图 2(a)）有显著分异。同一反压条件下，随着试样初始密实度的增加，偏应力曲线整体增大。而偏应力结果重合较好的 CU-50-215-1、CU-50-315-1 和 CU-50-415-1 3 个工况，其反压施加和初始相对密实度的组合也呈现了明显规律性，随着反压增大，相对密实度在更小的条件下即可达到同样的偏应力增长效果，可见在其他条件一致的情况下，此两者对强度的发展有着交叉影响，需建立上述两参数的耦合影响模型。考虑残余偏应力值也即土体进入塑性状态后的偏应力值较为稳定且规律性明显，建议取轴应变为 20%时的偏应力值进行相关性建模分析。

图 2(b)中不同反压设定后，孔压的增长明显也分为两组，且受控于相对密实度。为进一步展现影响规律，图 2(c)中给出了剪切过程中孔压增量的总体变化情况，其发展趋势明显分为两组，与偏应力强度曲线形态具有显著相关性，后续将深入探求孔压的增长与偏应力强度发展的关联性。

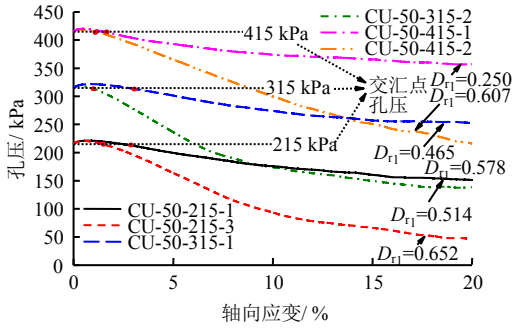
100、200、300 kPa 初始均等有效围压下试样的偏应力、孔压及孔压增量曲线变化发展趋势与 50 kPa 时一致。在其他各项参数一致的前提下，密实度和

反压的交叉影响是导致试样力学性能差异的主要因素。200 kPa 和 300 kPa 相对高有效应力条件下，试样的总体密实度显著提高，剪胀导致的孔压降低速率显著增大，有效应力增速显著，试样强度增长十分快速，且负孔压十分容易产生并较早达到负压极限。此外还发现，在有效围压接近的情况下，剪切前相对密实度接近的试样，其孔压发展的最终绝对值也近于相同，但孔压变化不同历程导致最终强度差异显著。

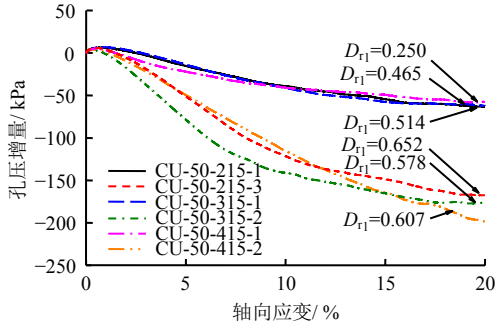
偏应力曲线发展形态与孔压曲线发展形态显著相关，故孔压发展的曲线应细致分析探讨，明确其发展历程中每一段的走向规律及其背后的内在影响机制。结合数据图形，后续将重点关注下述 4 个转换点，分别是剪缩与剪胀的转换点、孔压增量二次归零点，孔压发展直线段末端点及残余孔压稳定点。



(a) 偏应力发展曲线



(b) 孔隙水压力发展曲线



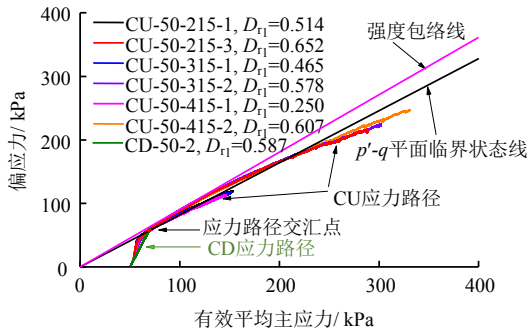
(c) 孔隙水压力增量发展曲线

图 2　玻璃珠 50 kPa 有效围压 CU 试验数据

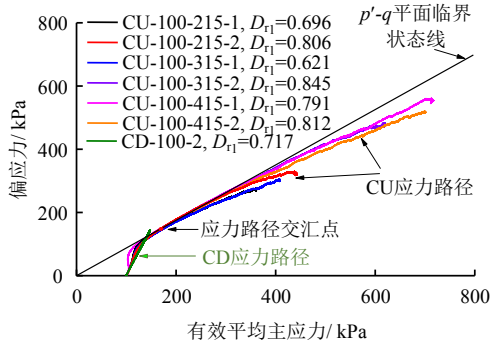
Fig.2　Experimental data in CU triaxial tests for glass bead samples under effective confining pressure of 50 kPa

3.2.2　反压施加对应力路径的影响

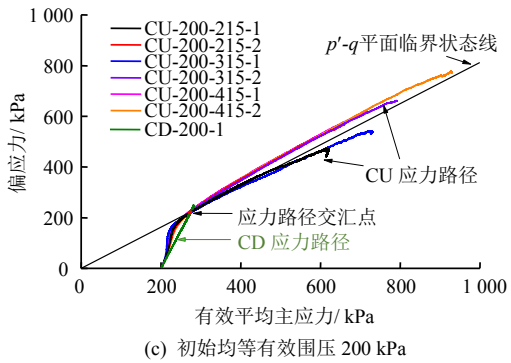
图 3 给出了不同初始有效围压下 p' -q 平面内的应力路径。由图可知，尽管偏应力状态及孔压发展分化显著，但 p' -q 平面内的应力路径重现性良好，



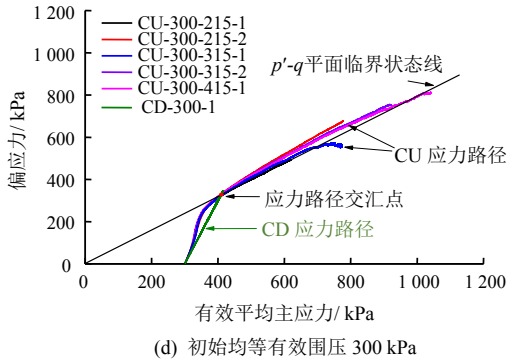
(a) 初始均等有效围压 50 kPa



(b) 初始均等有效围压 100 kPa



(c) 初始均等有效围压 200 kPa



(d) 初始均等有效围压 300 kPa

图 3　CU 试验 p'-q 应力路径

Fig.3　p'-q stress path in CU triaxial tests

其差别仅在于最终强度大小，原因为孔压降低导致有效应力增量不同，可归结于试样的体积剪胀势（简称剪胀势）大小不同，后将详述。图 3 中，不同试样的应力路径在进入临界状态时，均通过了一个共同点，且 CD 应力路径同样通过该点，其在 p'-q 平面内的位置参见图中红点，定义该点为应力路径交汇点。图 2(a)和图 2(b)中也标示了该点所在的位置，其基本出现在试样剪缩后再剪胀至孔压再次归零时的位置，也正应了 CD 应力路径上孔压不变的要求。

应力路径交汇点在后续的分析应用中有着重要的指示意义，交汇点对应的轴向应变大小与孔压曲线的形态关联，孔压变化越快，其归零的时机越早，对应的应变值越小。

3.3 孔压发展控制性作用

由图 2 等试验结果分析可知，在图 1 杂乱的数据背后，存在着控制曲线发展形态的必然机制。强度曲线的差异，在剪缩段几乎无差别，主要体现在试样剪胀阶段，也即孔压发展的显著差异段，可见孔压发展的差异控制了玻璃珠砂试样的强度差异。

以 50 kPa 有效围压下数据分析为例，图 4 给出了试验过程中偏应力变化与孔压变化之间的关系。图中，偏应力的大小显著受控于孔压的变化，以残余偏应力大小和孔压增量为定量评判指标。图 5 给出了 CU 试验中残余偏应力强度与对应孔压增量之间的拟合曲线，两者之间呈强线性关系，R^2 达到了 0.998 5，拟合曲线为

$$S_{\mathrm{rCU}} = S_{\mathrm{rCD}} - M \times \Delta U \tag{1}$$

式中：S_{rCU} 为 CU 试验残余强度；S_{rCD} 为 CD 试验残余强度（60 kPa）；M 为 p'-q 平面内临界状态线斜率，反映了孔压变化诱导的有效应力增加导致的偏应力增量大小；ΔU 为孔压增量。

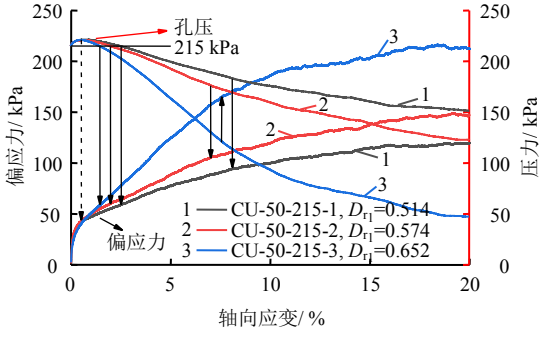


图 4 偏应力与孔压变化关联性

Fig.4 Correlation between deviatoric stress and change in pore pressure

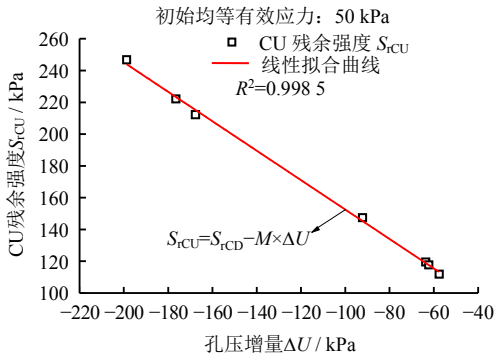


图 5 初始均等有效围压 50 kPa 时残余强度与孔压增量线性相关

Fig.5 Linear correlation between residual strength and pore pressure increment under effective confining pressure of 50 kPa

式（1）的建立依据如图 6 所示。图中选取剪切前相对密实度接近的 CU-50-215-1 和 CD-50-1 两个试验结果曲线进行对比分析，其对应的 D_{r1} 分别为 0.514 和 0.576（见表 3）。因 CD 试验剪胀后试样体积发生变化，数据分析表明，CD-50-1 试样剪切后最终相对密实度 D_{r2} 为 0.527，稍微大于 CU-50-215-1 试样的 0.514（其在剪切过程中基本不变）。此外，图 6 中也给出了干燥玻璃珠试样 DT-50-1 的偏应力曲线，以便对比分析用。

CU 试验中，孔压变化会引起有效应力的改变，进而导致偏应力强度的变化。将由孔压变化诱导有效应力增长产生的偏应力部分扣除，得到了试样自身的不受孔压变化影响的偏应力变化曲线，如图 6 中调整后的 CU 试验曲线，该曲线与初始状态接近的 CD 试验偏应力曲线基本吻合，其偏差可初步认为是相对密实度的些许差别导致。图 6 中展示了 CU、CD 及干燥试样偏应力在整个剪切变化过程中的高度一致性，证实了式（1）的有效性，这可为类似砂性土的相关关系建立提供参考。

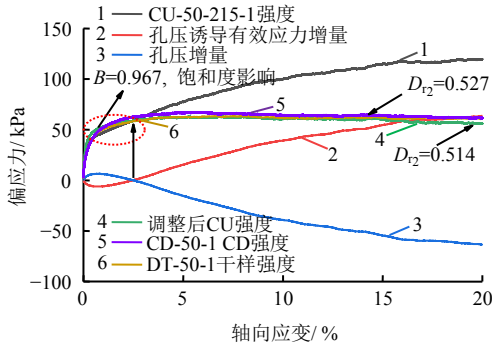


图 6 CU 与 CD 试验结果关联性

Fig.6 Correlation between CU and CD test results

此外，图 4 并未明显表征孔压发展对强度发展的直接影响机制，图 7 给出了孔压变化导致的有效应力增量与偏应力变化之间的关系（以初始有效围压 50 kPa 工况为例），由图可知，孔压变化诱导有效应力增量曲线与偏应力曲线基本平行。

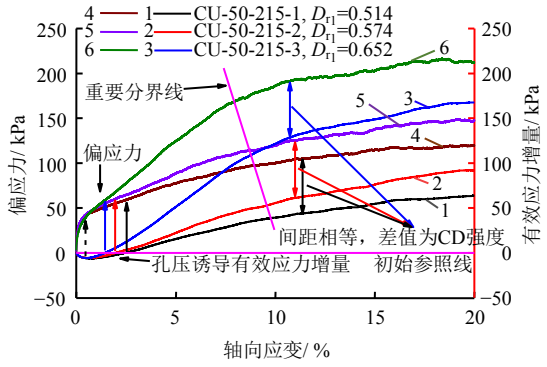


图 7　初始均等有效围压 50 kPa，反压 215 kPa 时偏应力与孔压诱导有效应力增量关联性

Fig.7　Correlation between deviatoric stress and effective stress increment induced by pore pressure under effective confining pressure of 50 kPa and backpressure of 215 kPa

由图 7 可知，初始相对密实度会影响孔压的发展速率，但不同密实度下孔压诱导有效应力增量与偏应力始终保持平行，且两者间的间距基本上相等，经分析其差值与 CD 强度值高度关联。相互紧密关联的上述两曲线在整个剪切过程中可总体分为剪缩阶段和剪胀阶段，剪缩阶段孔压的发展趋势基本相同，由此偏应力趋势也基本一致，两者的区别从剪胀开始段逐步显现。因此，如能预测孔压发展过程，那么 CU 试验的强度便能较好地预知，可为试验分析及复杂的建模计算提供参考。由图 7 的结果对比分析可知，控制孔压发展的主要因素为试样的相对密实度及反压设置大小。

进一步开展不同反压设置对试验结果的对比分析可知，孔压诱导有效应力增量曲线与偏应力曲线之间在不同反压下残余变形处差值基本上稳定，与试样 CD 强度值关联密切，与相对密实度及反压设置大小基本无关，这预示着 CD 残余强度受相对密实度及反压设置的影响较小，这也从后续的数据分析中进一步得到证实。

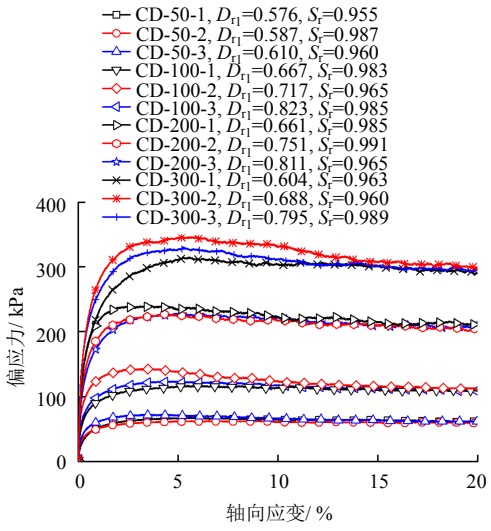
此外，不同初始围压下的分析结果趋势完全相同，表明上述现象的原理和本质一致，且随着初始有效围压的增加，孔压诱导有效应力增量曲线和偏应力曲线之间的差值增加，符合围压对土体强度尤其是残余强度的影响规律。

3.4　CD 试验结果对比验证

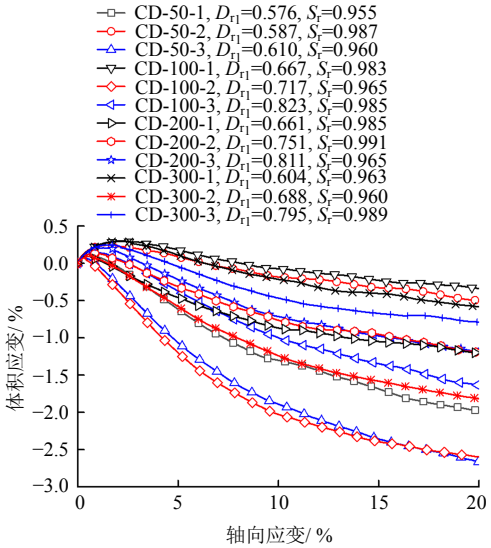
3.4.1 CD 试验结果总体分析

由 CU 试验结果可知，相对密实度是控制玻璃珠砂强度特性的关键因素之一。相对密实度对最终强度的影响有两方面，一方面是直接影响试样的与孔压无关的强度特性，另一方面是通过影响孔压的发展来影响试样的强度。后者已在 CU 试验数据分析环节进行了论证，本节主要探讨相对密实度对试样本身与孔压不相关强度的影响程度和规律，为避免孔压发展的交叉影响，研究中开展了试样的 CD 试验。

图 8 给出了 50、100、200、300 kPa 四级初始均等有效围压下玻璃珠试样的CD试验结果。从图8(a)可知，相对密实度对试样的峰值强度有影响，但对



(a) 偏应力



(b) 体积应变

图 8　玻璃珠砂 CD 试验结果

Fig.8　CD test results for glass bead sand

残余强度或临界状态影响较小。相对密实度越大，其峰值强度也较大，试验中个别差异现象，如 CD-300-2 试验结果的偏离，经分析与试样的饱和度相关。饱和度不足会导致峰值强度偏高，但对残余强度也基本无影响，饱和度对试验结果的影响在图 8(a)中体现的较为清晰。饱和度对偏应力的影响，可关联到饱和度对试样剪胀特性的影响上，图 8(b)中饱和度标红的数据较低，其对应的试样剪胀越强，偏应力峰值强度也越高。在饱和度接近的情况下，密实度越大，峰值强度处剪胀性越强，偏应力峰值强度也越大。密实度接近的条件下，饱和度越小，峰值强度越大。分析发现，峰值强度的差异与对应阶段的体积应变发展速率有关，这在下面会进一步论述。

3.4.2 偏应力与体积应变关联性

为明确偏应力与体积应变发展关联本质，图 9 给出了 50 kPa 围压下偏应力发展趋势与体积应变趋势的对照关系（其他围压下结论一致）。

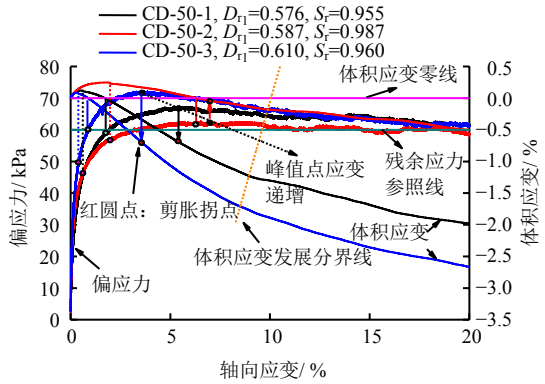


图 9 初始均等有效围压 50 kPa 时 CD 试验偏应力与体积应变关联性

Fig.9 Correlation between deviatoric stress and volumetric strain in CD test under effective confining pressure of 50 kPa

由图 8 可知，CD 试验峰值强度与体积应变剪胀势之间关系显著。剪胀势越大，也即体积应变速率绝对值越大，峰值强度越高，以轴向应变 20%处残余体积应变(总体表征了体积应变平均发展速率)为体积应变发展定量评定指标，峰值强度与残余体积应变的相关关系可用下式表示：

$$R_{\mathrm{CD}} = R_{\mathrm{CD0}} + K\varepsilon_{\mathrm{vr}} \tag{2}$$

式中：R_{CD} 为峰值偏应力与残余偏应力比；R_{CD0} 为比值初值，可定为 1.0，此时不考虑超固结、结构性等情况；K 为拟合曲线斜率；$\varepsilon_{\mathrm{vr}}$ 为残余体应变。

四级围压下，应力比与残余体积应变的关系及其拟合曲线参见图 10，两者之间线性关系良好。

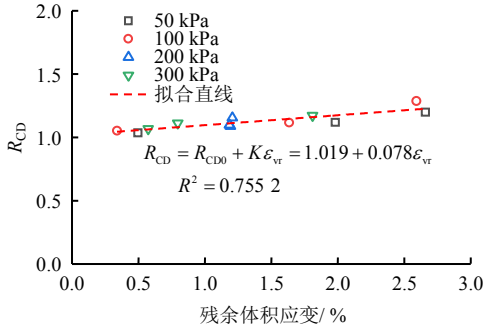


图 10 应力比与残余体积应变关系

Fig.10 Relationship between stress ratio and residual volumetric deformation

从图 9 还可以看出，偏应力的峰值点（图中黑色圆点）所对应的轴向应变处的体积应变为剪胀曲线的拐点（红色圆点），即剪胀曲线斜率由增大变为减小的点。峰值应力越大，其所对应的轴向应变值总体上越小。体积应变速率控制着 CD 试验偏应力的峰值大小，而对残余偏应力几乎无影响，而体积应变速率与相对密实度及试样饱和度有关。

图 9 中同时给出了剪缩与剪胀转换点对应的偏应力及体积应变，以及体积应变再归零点对应的偏应力位置，为后续的机制分析提供参考。观察图 9 可知，CD 偏应力的发展与体积应变的发展速率密切相关，图 11 以 CD-50-1 试样为例，给出了体积应变发展的斜率值。图 11 中标示了各个关键节点所对应的斜率突变处，本图后续也将用于说明体积应变发展的不同阶段及其对偏应力值的影响。由图 11 可见，体积的变化总体上分为剪缩段和剪胀段 2 个阶段，剪胀段总体上又可分为 4 个阶段（图 15 中将进一步对比指出）。

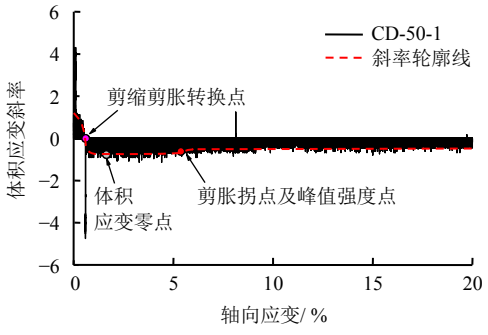


图 11 体积应变变化率

Fig.11 Change rate of volumetric strain

上述 CD 试验数据分析表明，试样的相对密实度对偏应力的峰值有所影响，但对残余偏应力基本无影响。相对密实度对体积应变的影响较为显著，而体积应变势则与 CU 试验中的孔压变化紧密关联，进而影响到 CU 试样的最终偏应力曲线形态。

3.5　干样试验结果对比分析

3.4 节曾指出饱和度对偏应力峰值有潜在影响，为明确影响程度，分析给出了玻璃珠干样类似于 CD 的试验分析结果[20]，并将其与 CD 结果进行对比，试验工况见表 3。分析可知，四级围压下干样试验中偏应力曲线形态与 CD 试验曲线形态较为接近，饱和度对玻璃珠材料的应力–应变曲线形态有影响，但其影响并不是十分显著，尤其是在残余变形或塑性发展阶段，强度参数较为接近且稳定。

4　反压影响机制探讨

4.1　强度影响因素确定

由第 3 节试验结果分析可知，潜在影响 CU 试验强度的因素主要包括初始有效围压、试样相对密实度、反压大小及饱和度。饱和度的影响在球形玻璃砂中并不明显，且按要求须达到一定要求后可不深入考虑。有效围压的影响实质上可归结于试样相对密实度项，如图 12 所示，相对密实度与有效固结围压之间呈现显著的对应关系，因此，相对密实度的变化可认为已经涵盖了初始围压的影响。另外，要注意的是，初始有效围压的不同为孔压的产生发展提供了不同的变化区间，一定程度上会进一步影响偏应力发展特征。从 CU 试验结果也可知，在较大的围压下，试样因孔压潜在变化空间较大，再考虑相对密实度较大，偏应力增长速度和最终值均较大。

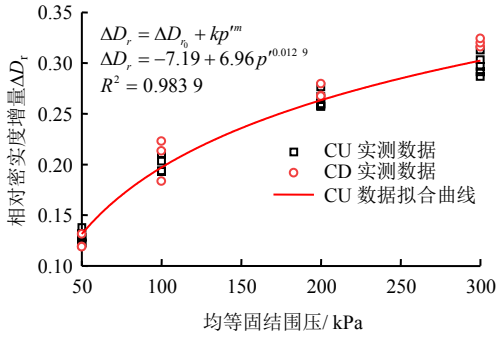


图 12　有效固结围压与相对密实度关系

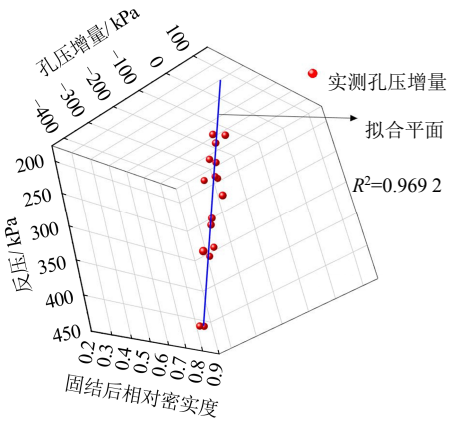
Fig.12　Relationship between effective consolidation confining pressure and relative density

4.2　反压设置影响模式

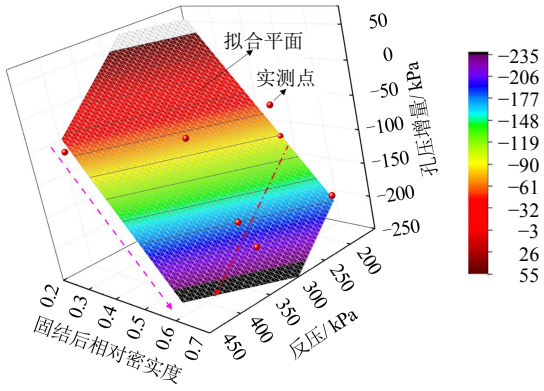
由第 4.1 节分析可知，针对本文研究的对象，影响 CU 试验结果的主要因素可最终归结为反压设置大小及试验前试样的相对密实度 D_{r1}。图 13 给出了残余变形阶段孔压变化量与上述两因素数据之间的三维空间关系，可以发现，三参数之间形成了典型的平面关系，可用平面方程（参见图 13）进行回归，进一步可将拟合平面方程用下式来计算分析：

$$\Delta U = U_0 - K_b\sigma_b - K_{D_r}D_{r1} \tag{3}$$

式中：ΔU 为孔压增量；U_0 为孔压初值；K_b 为与反压相关的斜率；σ_b 为反压；K_{D_r} 为与相对密实度相关的斜率；D_{r1} 为试验开始剪切前相对密实度。



(a) 数据点与拟合平面关系



(b) 孔压增量变化趋势

图 13　残余孔压增量与反压及相对密实度关系

Fig.13　Relationship between residual pore pressure increment, back pressure, and relative density

注意，式（3）仅是初步给出的适用于本项研究的拟合公式，其可根据后续研究进一步变化以适应新的研究成果。

由式（3）及图 13(b)可知，当相对密实度一定时，随着反压设置的增大，ΔU 线性减小，孔压变化幅度（注意其等于图 13 中孔压增量的绝对值）增加，最终偏应力将相应增加；同样，当反压设置恒

定的时候，孔压变化幅度也将随着相对密实度的增加而线性增大，偏应力同样将增大。

式（3）定量给出了砂性土 CU 试验中反压设置对试验结果的影响，该问题对类似 CU 试验的工况如砂性土液化试验等都具有潜在影响，需进一步深入研究，相关影响模式和公式需在深入研究后进一步完善。最终，由式（1）和式（3）可判断出某一相对密实度和反压设置下试样的残余偏应力大小，用于定量分析砂性土强度的变化。

4.3 反压变化与体积应变势关系

4.3.1 体积应变剪胀势表征

由前述分析可知，CU 等孔压潜在可能发生变化的试验中，试样的偏应力变化曲线与孔压发展密切相关，而孔压发展又与体积潜在变化势紧密关联，呈现出一一对应的关系，但该关系目前因试验数据的缺失并未有清晰的论述。本研究中获取了丰富的连续试验数据，且砂样粒径单一，多种因素可控，难以控制的因素也进行了多次试验，可一定程度上用于定量评定体积应变和孔压发展趋势。

CU 试验中孔压的增长与 CD 试验中试样的体积应变之间存在某种必然的关联，均能体现出试样在剪切过程中的一种体积变化势，本研究中以 CD 试验的体积应变来定量的评判试样的体积应变剪胀势。为初步厘清孔压变化与体积应变之间的关联，研究选取试验前初始密度相近，试验控制条件一致，试验后相对密实度基本相等的两组试验成果进行细致的对比分析，分别是 CU-50-215-1 和 CD-50-1，试验完成后两者的相对密实度 D_{r2} 分别为 0.514 和 0.527，由图 6 可知两者偏应力曲线关联密切。

4.3.2 反压变化与剪胀势

图 14 中给出了 CU-50-215-1 试样在剪切过程中孔压发展历程与 CD-50-1 试样在剪切过程中的体积应变发展历程对比。由图可知，两者之间在初始条件基本相同的情况下，发展趋势高度相似，为揭示体积应变与孔压发展之间的关联规律，厘清试验中的各种现象奠定了良好基础。

由图 14 可认为体积应变大小必然与孔压发展之间存在高度关联性。基于对比分析目的，将体积应变或孔压发展的整个过程分为两大部分（其划分依据将在图 15 中进一步明确），在图 14 中以粗虚线为界，左侧为试样初始剪缩区段①，右侧为剪胀区段②。剪胀段②又可根据曲线变化趋势，结合图 11 进一步划分为 4 小段，分别为过渡段（由剪缩与剪胀的分界点至体积应变再归零点）、线性段、渐变段及残余段组成。

将体积应变曲线平移与孔压曲线线性段叠合后发现，两者之间几乎完全重叠，将体积应变曲线平移后与孔压曲线在渐变段叠合，两者重合度也很高，表征了两者之间潜在的必然和简单线性关联。因此，特将孔压与体积应变之间进行了数据对比与线性回归，如图 15 所示。图中明显的呈现出剪缩段和剪胀段的直线斜率差异，且剪缩和剪胀段的线性拟合 R^2 均十分接近于 1，其转换点正好是剪胀与剪缩的变换点。这样的特性为试样力学特性的测算分析提供了良好的基础保证。图 15 中分别给出了剪缩和剪胀段的回归曲线方程，剪缩段斜率是剪胀段斜率的 1.36 倍，体现了同一状态试样在剪缩和剪胀过程中的体积应变刚度差异。需要注意的是，图 15 中的剪胀段体积回弹刚度基本恒定，与文献[17-18]中的结论并不完全一致（这也可以从剪胀线性段的存在进一步证实，线性段过程中孔压或反压一直在降低，而体积应变与孔压的对应关系并未有明显变化，见图 15），实测剪胀势的减弱（体积应变曲线或孔压曲线的变缓）与颗粒自身组构变化相关性更密切。

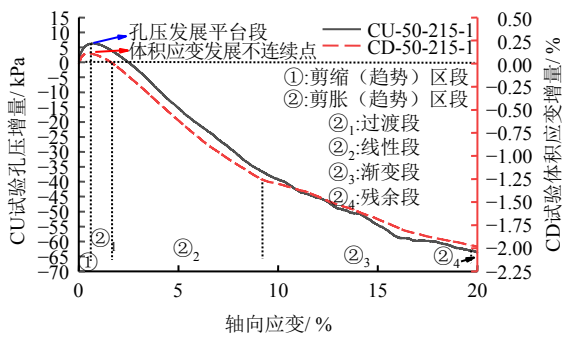


图 14 CU 试验孔压变化与 CD 试验体积应变变化对比

Fig.14 Comparison of changes in pore pressure during CU test and changes in volume during CD test

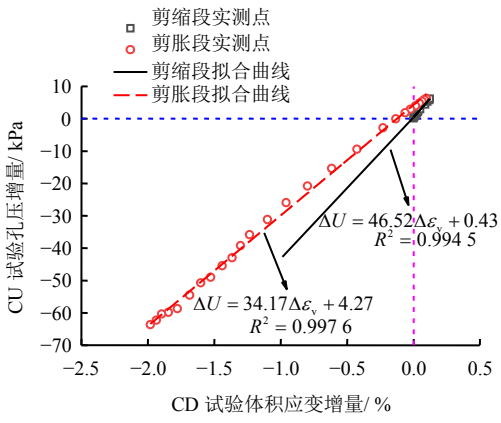


图 15 CU 试验孔压与 CD 试验体积应变线性拟合

Fig.15 Linear fitting between changes in pore pressure during CU test and changes in volume during CD test

图 14 中在轴向应变 8%附近有一个突变点，是剪胀由线性段过渡到后期平缓段的界限，该现象在全部试验数据中都有明显体现，分界线如图 1 中黑色虚粗线段所示，这是试样发展过程中的一个重要转换点，后续加载时试样逐步进入大变形残余变形阶段，相关力学特性可由修正类剑桥模型等描述。

5　结　论

本文采用颗粒形态规整的 1 mm 球形玻璃砂，精确连续测控试样在 CU、CD 及干燥条件下的关键力学特性参数，开展了系统的孔压与偏应力发展过程比对分析，探讨了反压设置导致土体力学特性变化的内在原因，主要得出以下结论：

（1）反压设置对 CU 试验结果影响显著，对 CD 试验结果影响较小，对比发现孔压发展是导致 CU 试验偏应力及强度取值产生显著差异的关键和主要因素，孔压发展的形态控制着偏应力发展的形态，最终影响强度参数的确定。

（2）孔压发展模式和速率主要受限于反压设置大小及试样相对密实度。反压越大，孔压潜在变化幅度越大，进而导致偏应力潜在变化区间增大；相对密实度越大，孔压发展速率越大，偏应力增速渐大。

（3）因不同反压下孔压潜在变化范围不同，进而引起有效应力变化幅度基础性差异，致使应力路径沿着临界状态线发展有别，这是导致试验偏应力变化的本质原因，也是导致土工试验因反压施加而数据杂乱的控制关键，应制定严格的反压控制标准，并初步建议在砂性土强度值确定中依据 p'-q 应力路径（考虑其稳定性及交汇点的高度一致性）通过参数变换来确定相关力学强度参数取值。

（4）相同试验条件下，CU 试验孔压发展变化与 CD 试验体积应变发展规律高度一致，展示了试样体积应变势在不同试验边界条件下的相同本质，为孔压发展预测奠定试验基础。

（5）初步定量给出了残余变形（临界状态）阶段 CU 强度预测公式。依据试样相对密实度及反压值可定量评定残余孔压值，进而由文中所述 CU 与 CD 试验关联性确定 CU 残余强度，为类似问题建模分析提供了一个方向与参考。

（6）针对简单规整的球形颗粒，研究中已发现强烈的强度分化现象，对于真实砂性土及更复杂的黏性土，孔压增生模式对土体静动力学特性的影响将更为复杂，需进一步明确并开展平行试验以确定反压设定方法。此外，需注意因气相及真空汽化现象的存在，理论上的 CU 体积不变并非绝对，这也会影响孔压的变化模式并最终影响土体强度。

参 考 文 献

[1] 赵煜鑫, 李旭, 赵红芬, 等. 宽饱和度范围非饱和土抗剪强度指标的演化模型[J]. 岩土力学, 2023, 44(10): 2809-2820.
ZHAO Yu-xin, LI Xu, ZHAO Hong-fen, et al. Evolution model of unsaturated shear strength indexes in a wide degree of saturation range[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2023, 44(10): 2809-2820.

[2] 黄斌, 傅旭东, 谭凡, 等. 含水率对滑带土强度及变形影响试验研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(9): 2613-2618.
HUANG Bin, FU Xu-dong, TAN Fan, et al. Experimental study of relationship between water content and strength or deformation of slip soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(9): 2613-2618.

[3] 中华人民共和国水利部. GB/T 50123－2019 土工试验方法标准[S]. 北京: 中国计划出版社, 2019.
Ministry of Water Resources of the People's Republic of China. GB/T 50123－2019 Standard for soil test methods[S]. Beijing: China Planning Press, 2019.

[4] BLACK D K, LEE K L. Saturating laboratory samples by back pressure[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, 1973, 99(1): 75-93.

[5] 王华山, 阎明礼. 利用二氧化碳和施加反压饱和砂样的液化试验[J]. 岩土工程学报, 1985, 7(1): 55-60.
WANG Hua-shan, YAN Ming-li. Liquefaction test of saturated sand samples using Carbon Dioxide and applying backpressure[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 7(1): 55-60.

[6] 郭斌, 裴向军, 张晓超, 等. 黄土反压饱和法及其在动强度试验中的应用研究[J]. 成都大学学报(自然科学版), 2014, 33(2): 190-193.
GUO Bin, PEI Xiang-jun, ZHANG Xiao-chao, et al. Research on application of loess back pressure saturation method in dynamic strength test[J]. **Journal of Chengdu University (Natural Science Edition)**, 2014, 33(2): 190-193.

[7] 张帆舸, 杨敏. 反压饱和条件下泥炭土 B 值变化特征研究[J]. 路基工程, 2020(4): 43-46.
ZHANG Fan-ge, YANG Min. Study on B value variation characteristics of peat soil under back pressure saturation[J]. **Subgrade Engineering**, 2020(4): 43-46.

[8] TERZAGHI K. Theoretical soil mechanics[M]. New York: John Wiley & Sons, 1943.

[9] AHNBERG H. Effects of back pressure and strain rate

used in triaxial testing of stabilized organic soils and clays[J]. **Geotechnical Testing Journal**, 2004, 27(3): 250-259.

[10] MESRI G, ADACHI G, ULLRICH C R. Pore-pressure response in rock to undrained change in all-round stress[J]. **Géotechnique**, 1976, 26(2): 317-330.

[11] LADE P V, DE BOER R. The concept of effective stress for soil, concrete and rock[J]. **Géotechnique**, 1997, 47(1): 61-78.

[12] 王谦, 王平, 王兰民, 等. 黄土液化试验中反压饱和技术的改进与应用[J]. 世界地震工程, 2013, 29(3): 145-151.
WANG Qian, WANG Ping, WANG Lan-min, et al. Improvement and application of backpressure saturation method in loess liquefaction test[J]. **World Earthquake Engineering**, 2013, 29(3): 145-151.

[13] 刘崇权, 汪稔, 吴新生. 钙质砂物理力学性质试验中的几个问题[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 21(2): 91-94.
LIU Chong-quan, WANG Ren, WU Xin-sheng. Some problems for the test of physico-mechanical properties of calcareous sand[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1999, 21(2): 91-94.

[14] BRAND E W. Back pressure effects on the undrained strength characteristics of soft clay[J]. **Soils and Foundations**, 1975, 15(2): 1-16.

[15] ALLAM M M, SRIDHARAN A. Influence of the back pressure technique on the shear strength of soils[J]. **Geotechnical Testing Journal**, 1980, 3(1): 35-40.

[16] HYODO M, YONEDA J, YOSHIMOTO N, et al. Mechanical and dissociation properties of methane hydrate-bearing sand in deep seabed[J]. **Soils and Foundations**, 2013, 53(2): 299-314.

[17] XIA H, HU T. Effects of saturation and back pressure on sand liquefaction[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1991, 117(9): 1347-1362.

[18] 黄博, 汪清静, 凌道盛, 等. 饱和砂土三轴试验中反压设置与抗剪强度的研究[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(7): 1313-1319.
HUANG Bo, WANG Qing-jing, LING Dao-sheng, et al. Effects of back pressure on shear strength of saturated sand in triaxial tests[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2012, 34(7): 1313-1319.

[19] 蒋明镜, 朱方园, 申志福. 试验反压对深海能源土宏观力学特性影响的离散元分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(2): 219-226.
JIANG Ming-jing, ZHU Fang-yuan, SHEN Zhi-fu. Influence of back pressure on macro-mechanical properties of methane hydrate soils by DEM analyses[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(2): 219-226.

[20] 许成顺, 耿琳, 杜修力, 等. 反压对土体强度特性的影响试验研究及其影响机制分析[J]. 土木工程学报, 2016, 49(3): 105-111.
XU Cheng-shun, GENG Lin, DU Xiu-li, et al. Effect of back pressure on shear strength of sand: experimental study and mechanism analysis[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2016, 49(3): 105-111.

[21] 许成顺, 李艳梅, 潘霞, 等. 初始静孔隙水压力对砂土静动力剪切特性影响的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(6): 1050-1057.
XU Cheng-shun, LI Yan-mei, PAN Xia, et al. Experimental study on effect of initial static pore water pressure on static and dynamic shear properties of sand[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2019, 41(6): 1050-1057.

[22] 陈波. 颗粒形态对散粒体材料力学特性影响研究[D]. 南昌: 东华理工大学, 2023.
CHEN Bo. Study on the influence of particle morphology on the mechanical properties of granular materials[D]. Nanchang: East China University of Technology, 2023.

[23] 张峰. 计算土力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007.
ZHANG Feng. Computational soil mechanics[M]. Beijing: China Communications Press, 2007.

[24] ZHANG F, YE B, NODA T, et al. Explanation of cyclic mobility of soils: approach by stress-induced anisotropy[J]. **Soils and Foundations**, 2007, 47(4): 635-648.

[25] ZHANG F, YE B, YE G L. Unified description of sand behavior[J]. **Frontiers of Architecture and Civil Engineering in China**, 2011, 5(2): 121-150.

[26] 李永强, 陈波, 卢玢宇, 等. 砂性土初始孔隙比可复现制样装置: CN216978557U[P]. 2022-07-15.
LI Yong-qiang, CHEN Bo, LU Bin-yu, et al. A reproducible sample preparation device for initial pore ratio of sandy soil: CN216978557U[P]. 2022-07-15.

[27] BISHOP A W, ELDIN G. Undrained triaxial tests on saturated sands and their significance in the general theory of shear strength[J]. **Géotechnique**, 1950, 2(1): 13-32.

[28] BRANDON T L, ROSE A T, DUNCAN J M. Drained and undrained strength interpretation for low-plasticity silts[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2006, 132(2): 250-257.

[29] ROSENGREN K J, JAEGER J C. The mechanical properties of an interlocked low-porosity aggregate[J]. **Géotechnique**, 1968, 18(3): 317-326.